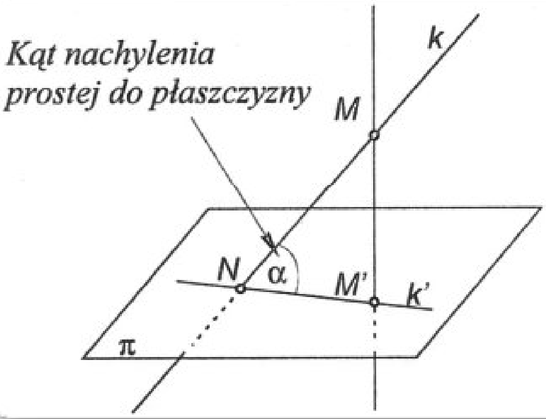
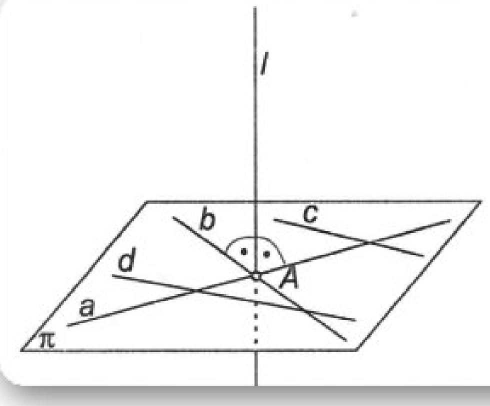
KĄT PROSTEJ Z PŁASZCZYZNĄ



Jeżeli prosta k nie jest prostopadła i nie jest równoległa do płaszczyzny π, to **kątem między prostą k i płaszczyzną** π nazywamy **kąt ostry** α utworzony przez tę **prostą z jej rzutem prostokątnym** na płaszczyznę.

α – miara kąta między prostą k i płaszczyzną π.

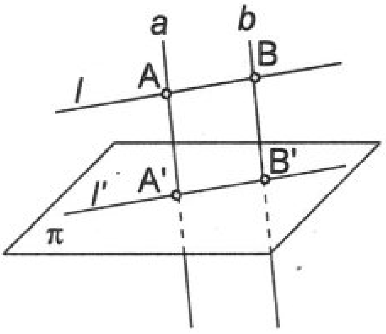
PROSTA PROSTOPADŁA I RÓWNOLEGŁA DO PŁASZCZYZNY



Prostą l nazywamy prostopadłą do płaszczyzny π, jeżeli prosta l jest prostopadła do każdej prostej zawartej w tej płaszczyźnie.

$A \in a,\ A \in b,\ A \in \pi,$
$a \subset \pi,\ b \subset \pi,\ c \subset \pi,\ d \subset \pi,$

Jeśli $l \perp a,\ l \perp b,\ l \perp c,\ l \perp d$ to $l \perp \pi$

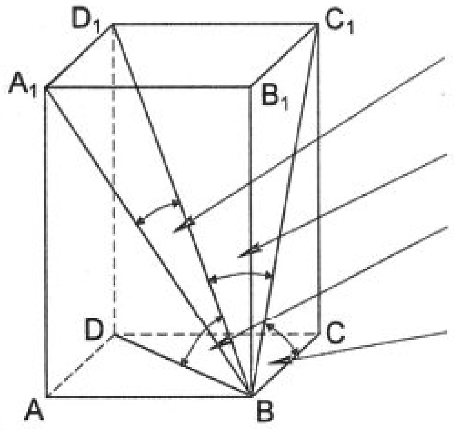


Prostą l nazywamy równoległą do płaszczyzny, jeżeli prosta l nie ma punktów wspólnych z płaszczyzną π lub ma wszystkie punkty wspólne z płaszczyzną π.

$l' \subset \pi$ i $l \parallel l' \Rightarrow l \parallel \pi$

$a \perp \pi,\ b \perp \pi,$
$A \in a,\ A' \in a,\ A' \in \pi,\ B \in b,\ B' \in b,\ B' \in \pi,$
$|AA'| = |BB'|$

KĄT NACHYLENIA ODCINKÓW (PROSTYCH) DO PŁASZCZYZN W FIGURACH PRZESTRZENNYCH

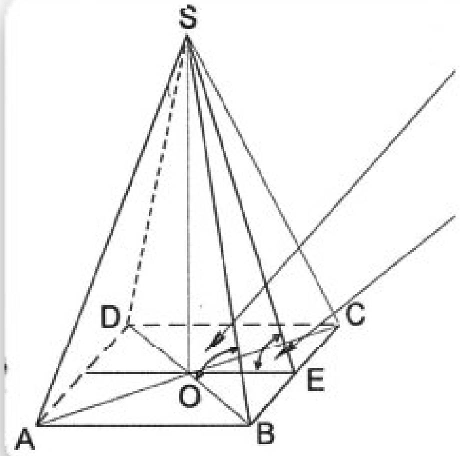


Kąt nachylenia przekątnej prostopadłościanu BD_1 do jednej ze ścian bocznych ($\sphericalangle A_1BD_1$),

do drugiej ściany bocznej ($\sphericalangle C_1BD_1$),

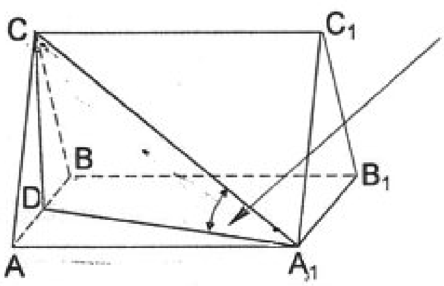
do płaszczyzny podstawy ($\sphericalangle DBD_1$)

Kąt nachylenia przekątnej ściany bocznej BC_1 do płaszczyzny podstawy ($\sphericalangle CBC_1$)



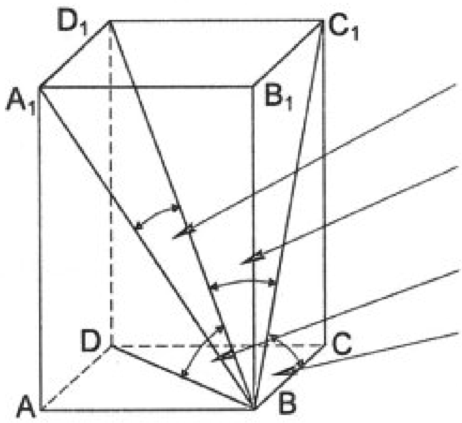
Kąt nachylenia krawędzi bocznej SB do płaszczyzny podstawy ($\sphericalangle SBO$)

Kąt nachylenia wysokości ściany bocznej SE do płaszczyzny podstawy ($\sphericalangle SEO$)



Kąt nachylenia przekątnej ściany bocznej graniastosłupa prawidłowego trójkątnego do sąsiedniej ściany bocznej ($\sphericalangle DA_1C$)

KĄTY MIĘDZY ODCINKAMI W FIGURACH PRZESTRZENNYCH



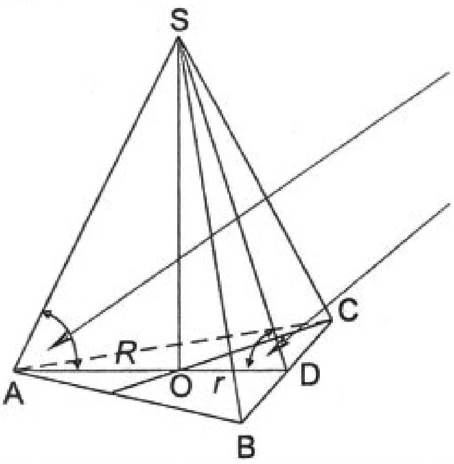
Kąt między przekątną prostopadłościanu BD_1 i przekątną:

jednej ściany bocznej ($\sphericalangle A_1BD_1$)

drugiej ściany bocznej ($\sphericalangle C_1BD_1$)

podstawy ($\sphericalangle DBD_1$)

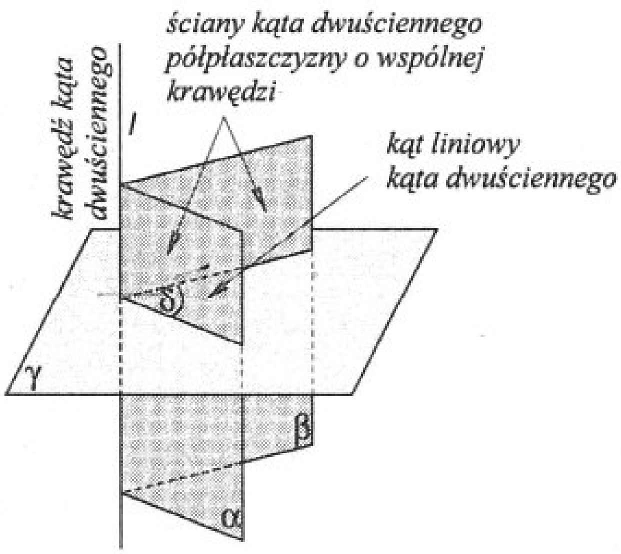
Kąt między przekątną ściany bocznej prostopadłościanu BC_1 i krawędzią podstawy ($\sphericalangle CBC_1$)



Kąt między krawędzią boczną ostrosłupa prawidłowego trójkątnego a promieniem koła opisanego na podstawie ($\sphericalangle OAS$)

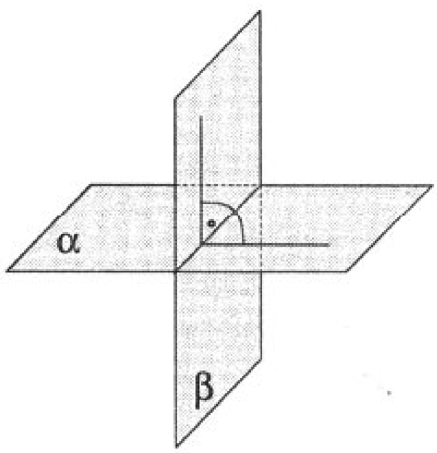
Kąt między wysokością ściany bocznej ostrosłupa prawidłowego trójkątnego a promieniem koła wpisanego w podstawę ($\sphericalangle ODS$).

KĄTY MIĘDZY PŁASZCZYZNAMI



$\gamma \perp l$

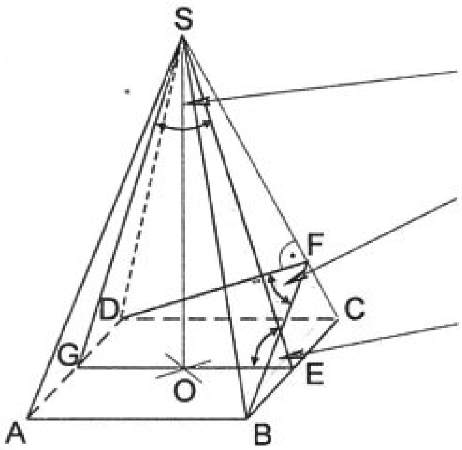
δ – miara liniowego kąta dwuściennego



$\alpha \perp \beta$

Płaszczyzny prostopadłe

KĄTY MIĘDZY ŚCIANAMI W OSTROSŁUPIE PRAWIDŁOWYM



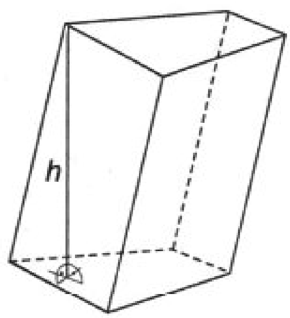
Kąt między przeciwległymi ścianami bocznymi (∢ GSE

Kąt między sąsiednimi ścianami bocznymi (∢ BFD)

Kąt między ścianą boczną a podstawą ostrosłupa (∢ GES)

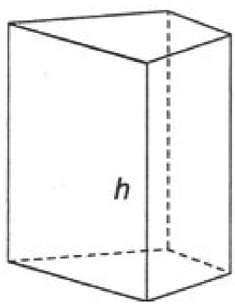
GRANIASTOSŁUPY

a)



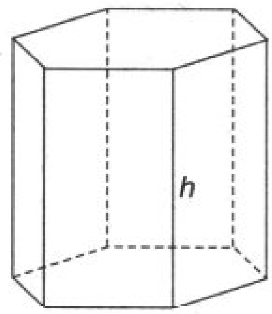
Graniastosłup
Podstawa jest dowolnym wielokątym.
Ściany boczne są równoległobokami.

b)



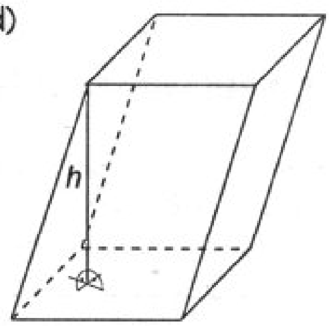
Graniastosłup prosty
Podstawa jest dowolnym wielokątem.
Krawędzie boczne są prostopadłe do podstawy.

c)



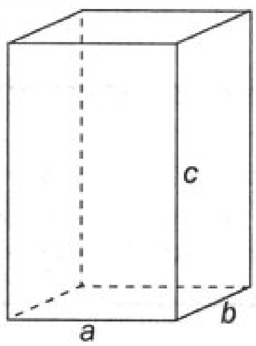
Graniastosłup prawidłowy
Podstawa jest wielokątem foremnym.
Krawędzie boczne są prostopadłe do podstawy.

d)



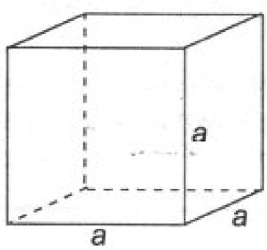
Równoległościan – wszystkie ściany są równoległobokami.

e)



Prostopadłościan – graniastosłup prosty ma w podstawie prostokąt.

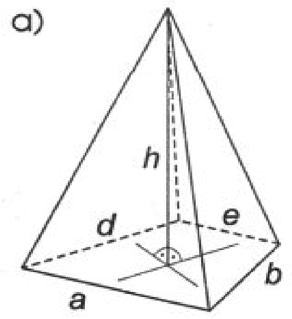
f)



Sześcian – wszystkie ściany są przystającymi kwadratami. Sześcian jest wielościanem foremnym.

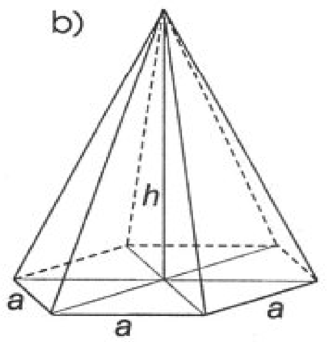
OSTROSŁUPY

a)



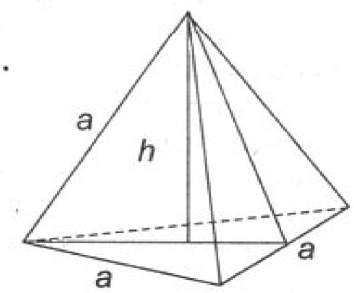
Ostrosłup – podstawa jest dowolnym wielokątem, ściany boczne trójkątami o wspólnym wierzchołku.

b)



Ostrosłup prawidłowy – podstawa jest wielokątem foremnym, ściany boczne trójkątami równoramiennymi przystającymi.

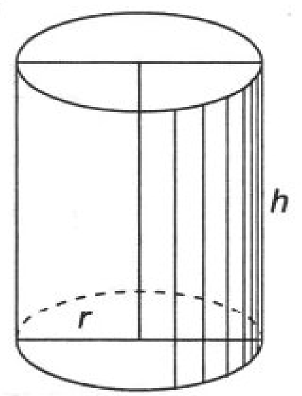
c)



Czworościan foremny – wszystkie ściany są trójkątami foremnymi. Czworościan jest wielościanem foremnym.

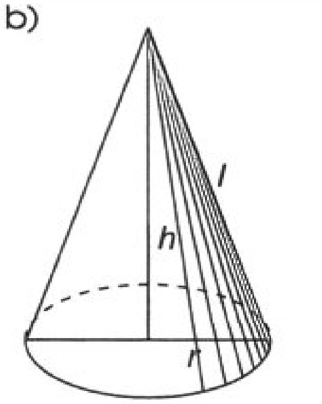
BRYŁY OBROTOWE

a)



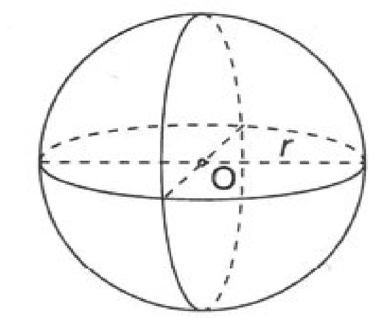
Walec o promieniu długości r i wysokości h.

b)



Stożek o promieniu długości r i wysokości h oraz tworzącej długości l

c)



Kula o promieniu długości r.

WZORY NA OBJĘTOŚĆ I POLE POWIERZCHNI CAŁKOWITEJ NIEKTÓRYCH BRYŁ

Oznaczenia: P_p – pole podstawy, P_b – pole powierzchni bocznej, P_c – pole powierzchni całkowitej, V – objętość bryły, a, b, c... – długości krawędzi, h – długość wysokości, l – długość wysokości ściany bocznej ostrosłupa lub tworzącej stożka, r – długość promienia.

Bryła	Pole podstawy	Objętość	Pole powierzchni całkowitej
Graniastosłup	P_p	$V = P_p \cdot h$	$P_c = 2P_p + P_b$
Sześcian	$P_p = a^2$	$V = a^3$	$P_c = 6a^2$
Prostopadłościan	$P_p = a \cdot b$	$V = a \cdot b \cdot c$	$P_c = 2(ab + ac + bc)$
Graniastosłup prawidłowy czworokątny	$P_p = a^2$	$V = a^2 \cdot h$	$P_c = 2a^2 + 4ah$
Graniastosłup prawidłowy trójkątny	$P_p = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	$V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot h$	$P_c = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} + 3ah$
Graniastosłup prawidłowy sześciokątny	$P_p = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$	$V = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2} \cdot h$	$P_c = 3a^2\sqrt{3} + 6ah$

Ostrosłup	P_p	$V = \frac{1}{3} P_p \cdot h$	$P_c = P_p + P_b$
Czworościan foremny	$P_p = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$	$P_c = a^2\sqrt{3}$
Ostrosłup prawidłowy trójkątny	$P_p = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	$V = \frac{a^2\sqrt{3}}{12} \cdot h$	$P_c = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{3al}{2}$
Ostrosłup prawidłowy czworokątny	$P_p = a^2$	$V = \frac{1}{3} a^2 \cdot h$	$P_c = a^2 + 2al$

Bryły obrotowe	P_p	V	P_c
Walec	$P_p = \pi r^2$	$V = \pi r^2 h$	$P_c = 2\pi r(r + h)$
Stożek	$P_p = \pi r^2$	$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$	$P_c = \pi r(r + l)$
Kula	–	$V = \frac{4\pi r^3}{3}$	$P = 4\pi r^2$