

# Podstawa programowa przedmiotu matematyka

ZAKRES PODSTAWOWY	ZAKRES ROZSZERZONY
<b>1. Liczby rzeczywiste</b> uczeń:	
<ol style="list-style-type: none"> <li>przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamek zwykłego, ułamek dziesiętny okresowy, z użyciem symboli pierwiastków, potęg);</li> <li>oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych);</li> <li>posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach;</li> <li>oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych;</li> <li>wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w zagadnieniach związanych z innymi dziedzinami wiedzy, np. fizyką, chemią, informatyką);</li> <li>wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym;</li> <li>oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia;</li> <li>posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;</li> <li>wykonuje obliczenia procentowe, oblicza podatki, zysk z lokat (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok).</li> </ol>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną, zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu: <math> x - a  = b</math>, <math> x - a  &lt; b</math>, <math> x - a  \geq b</math>,</li> <li>stosuje w obliczeniach wzór na logarytm potęgi oraz wzór na zamianę podstawy logarytmu.</li> </ol>
<b>2. Wyrażenia algebraiczne</b> uczeń:	
<ol style="list-style-type: none"> <li>używa wzorów skróconego mnożenia na <math>(a \pm b)^2</math> oraz <math>a^2 - b^2</math>.</li> </ol>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>używa wzorów skróconego mnożenia na <math>(a \pm b)^3</math> oraz <math>a^3 \pm b^3</math>;</li> <li>dzieli wielomiany przez dwumian <math>ax + b</math>;</li> <li>rozkłada wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia lub wyłączając wspólny czynnik przed nawias;</li> <li> dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany;</li> <li>wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się łatwo sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych;</li> <li> dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne; rozszerza i skraca wyrażenia wymierne (w łatwych przypadkach).</li> </ol>
<b>3. Równania i nierówności</b> uczeń:	
<ol style="list-style-type: none"> <li> sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;</li> <li>wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;</li> <li>rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;</li> <li>rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą;</li> <li>rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;</li> <li>korzysta z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu <math>x^2 = -8</math>;</li> </ol>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory Viete'a;</li> <li>rozwiązuje równania i nierówności liniowe i kwadratowe z parametrem;</li> <li>rozwiązuje układy równań, prowadzące do równań kwadratowych;</li> <li>stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian <math>x - a</math>;</li> <li>stosuje twierdzenie o pierwiastkach wymiernych</li> </ol>

<p>7. korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu <math>x(x + 1)(x - 7) = 0</math>;</p> <p>8. rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, np. <math>\frac{x+1}{x+3} = 2</math>, <math>\frac{x+1}{x} = 2x</math></p>	<p>wielomianu o współczynnikach całkowitych;</p> <p>6. rozwiązuje równania wielomianowe dające się łatwo sprowadzić do równań kwadratowych;</p> <p>7. rozwiązuje łatwe nierówności wielomianowe;</p> <p>8. rozwiązuje proste nierówności wymierne typu <math>\frac{x+1}{x+3} &gt; 2</math>, <math>\frac{x+3}{x^2-16} &lt; \frac{2x}{x^2-4x}</math>, <math>\frac{3x-2}{4x-7} \leq \frac{1-3x}{5-4x}</math></p> <p>9. rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, o poziomie trudności nie wyższym, niż: <math>  x + 1  - 2  = 3</math>, <math> x + 3  +  x - 5  &gt; 12</math></p>
<p><b>4. Funkcje</b> uczeń:</p>	
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego;</li> <li>2. oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu. Posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość;</li> <li>3. odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja maleje, rośnie, ma stały znak; punkty, w których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą);</li> <li>4. na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykresy funkcji <math>y = f(x + a)</math>, <math>y = f(x) + a</math>, <math>y = -f(x)</math>, <math>y = f(-x)</math>;</li> <li>5. rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru;</li> <li>6. wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie;</li> <li>7. interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;</li> <li>8. szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;</li> <li>9. wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;</li> <li>10. interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje);</li> <li>11. wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;</li> <li>12. wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym);</li> <li>13. szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = a/x</math> dla danego <math>a</math>, korzysta ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnieproporcjonalnymi;</li> <li>14. szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;</li> <li>15. posługuje się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym.</li> </ol>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykresy funkcji <math>y =  f(x) </math>, <math>y = c \cdot f(x)</math>, <math>y = f(cx)</math>;</li> <li>2. szkicuje wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;</li> <li>3. posługuje się funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym;</li> <li>4. szkicuje wykres funkcji określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami; odczytuje własności takiej funkcji z wykresu.</li> </ol>
<p><b>5. Ciągi</b> uczeń:</p>	
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;</li> <li>2. bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;</li> <li>3. stosuje wzór na <math>n</math>-ty wyraz i na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;</li> <li>4. stosuje wzór na <math>n</math>-ty wyraz i na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.</li> </ol>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym;</li> <li>2. oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu <math>1/n</math>, <math>1/n^2</math> oraz z twierdzeń o działaniach na granicach ciągów;</li> <li>3. rozpoznaje szeregi geometryczne zbieżne i oblicza ich</li> </ol>

		sumy.
<b>6. Trygonometria</b>		
uczeń:		
<ol style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od <math>0^\circ</math> do <math>180^\circ</math>;</li> <li>korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);</li> <li>oblicza miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo - korzystając z tablic lub kalkulatora - przybliżoną);</li> <li>stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi: <math>\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1</math>, <math>\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}</math> oraz <math>\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha</math>;</li> <li>znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.</li> </ol>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie;</li> <li>wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dowolnego kąta o mierze wyrażonej w stopniach lub radianach (przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego);</li> <li>wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;</li> <li>posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych (np. gdy rozwiązuje nierówności typu <math>\sin x &gt; a</math>, <math>\cos x \leq a</math>, <math>\operatorname{tg} x &gt; a</math>);</li> <li>stosuje wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów, sumę i różnicę sinusów i cosinusów kątów;</li> <li>rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne typu <math>\sin 2x = \frac{1}{2} \sin x + \cos x = 1</math> <math>\cos 2x &lt; \frac{1}{2}</math></li> </ol>	
<b>7. Planimetria</b>		
uczeń:		
<ol style="list-style-type: none"> <li>stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym;</li> <li>korzysta z własności stycznej do okręgu i własności okręgów stycznych;</li> <li>rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów;</li> <li>korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi.</li> </ol>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenia charakteryzujące czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu;</li> <li>stosuje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do obliczania długości odcinków i ustalania równoległości prostych;</li> <li>znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych w jednokładności (odcinka, trójkąta, czworokąta itp.);</li> <li>rozpoznaje figury podobne i jednokładne; wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) ich własności;</li> </ol>	
<b>8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej</b>		
uczeń:		
<ol style="list-style-type: none"> <li>wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej);</li> <li>bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;</li> <li>wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt;</li> <li>oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych;</li> <li>wyznacza współrzędne środka odcinka;</li> <li>oblicza odległość dwóch punktów;</li> <li>znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu.</li> </ol>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>interpretuje graficznie nierówności liniową z dwiema niewiadomymi oraz układy takich nierówności;</li> <li>bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań ogólnych;</li> <li>wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci ogólnej i przechodzi przez dany punkt;</li> <li>oblicza odległość punktu od prostej;</li> <li>posługuje się równaniem okręgu <math>(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2</math> oraz opisuje koła za pomocą nierówności;</li> <li>wyznacza punkty wspólne prostej i okręgu;</li> <li>oblicza współrzędne oraz długość wektora; dodaje i odejmuje wektory oraz mnoży je przez liczbę. Interpretuje geometrycznie działania na wektorach;</li> <li>stosuje wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji.</li> </ol>	

**9. Stereometria**

uczeń:

- |  |   |
|--|---|
| <ol style="list-style-type: none"><li>1. rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów;</li><li>2. rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;</li><li>3. rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami;</li><li>4. określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;</li><li>5. stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości.</li></ol> | <ol style="list-style-type: none"><li>1. określa, jaką figurą jest dany przekrój graniastosłupa lub ostrosłupa płaszczyzną.</li></ol> |
|--|---|

**10 Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa**

uczeń:

- |  |   |
|--|---|
| <ol style="list-style-type: none"><li>1. oblicza średnią ważoną i odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje te parametry dla danych empirycznych;</li><li>2. zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania;</li><li>3. oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.</li></ol> | <p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. wykorzystuje wzory na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji i wariacji z powtórzeniami do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych;</li><li>2. oblicza prawdopodobieństwowa warunkowe;</li><li>3. korzysta z twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym.</li></ol> |
|--|---|

**11. Rachunek różniczkowy**

uczeń:

- |  |  |
|--|--|
|  | <ol style="list-style-type: none"><li>1. oblicza granice funkcji (i granice jednostronne), korzystając z twierdzeń o działaniach na granicach i i własności funkcji ciągłych;</li><li>2. oblicza pochodne funkcji wymiernych;</li><li>3. korzysta z geometrycznej i fizycznej interpretacji pochodnej;</li><li>4. korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji;</li><li>5. znajduje ekstrema funkcji wielomianowych i wymiernych;</li><li>6. stosuje pochodne do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych.</li></ol> |
|--|--|